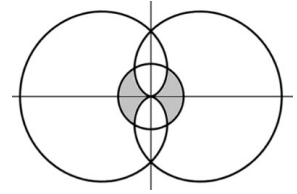


Câu I (2.0 điểm). Trong hệ tọa độ Oxy , gọi D là miền phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y = kx$ ($k < 0$) và parabol $y = x^2$.

- Hãy tìm tham số k để diện tích của miền D bằng 36.
- Với $k = -1$, hãy tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi cho miền D quay quanh Oy .

Câu II (1.0 điểm). Trong hệ tọa độ cực, hãy tính diện tích phần miền phẳng được tô đậm trong hình bên, đây là miền giới hạn bởi đường tròn $r = 1$ và các đường cardioid $r = 2 - 2 \cos \theta$, $r = 2 + 2 \cos \theta$.



Câu III (2.5 điểm).

- Cho hàm số

$$f(x) = \frac{x+4}{x^3 - x^2 + 4x - 4}.$$

Biết rằng $f(x) = \frac{a}{x-1} + \frac{bx}{x^2+4}$, hãy tìm a, b rồi tính tích phân

$$I = \int_2^{\infty} f(x) dx.$$

- Giải phương trình vi phân

$$(x^2 + 1) \frac{dy}{dx} + 2x(y - 1) = 0,$$

với điều kiện $y(0) = 4$.

Câu IV (3.5 điểm).

- Tính giá trị của chuỗi hình học sau:

$$\sum_{k=2}^{\infty} \frac{3 + 2^k}{3^k}.$$

- Tìm miền hội tụ của chuỗi lũy thừa

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(x-2)^k}{(k+3) \cdot 5^k}.$$

- Cho biết khai triển chuỗi Maclaurin của hàm số $\sin x$ là

$$\sin(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k+1)!} x^{2k+1}, \quad \forall x.$$

Hãy tìm khai triển Maclaurin hàm số $g(x) = \sin(x^2)$ và tính xấp xỉ $g(0.9)$ bởi ba số hạng khác không đầu tiên trong khai triển này. Hãy so sánh giá trị vừa tính được với giá trị đúng (sử dụng máy tính bỏ túi, lấy đến 5 chữ số ở phần thập phân).

Câu V (1.0 điểm). Trong không gian $\mathbb{R}^3$ cho các vector $\mathbf{u} = 5\mathbf{i} + 4\mathbf{j} - 3\mathbf{k}, \mathbf{v} = 2\mathbf{i} + m\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$, với m là tham số. Hãy tìm m để véc tơ hình chiếu của $\mathbf{v}$ lên $\mathbf{u}$ (tức là $\text{proj}_{\mathbf{u}}\mathbf{v}$) có độ dài bằng $2\sqrt{2}$.

Ghi chú: Cán bộ coi thi không được giải thích đề thi.

Chuẩn đầu ra của học phần (về kiến thức)		Nội dung kiểm tra
CLO1	Thiết lập được công thức, tính được diện tích miền phẳng, diện tích mặt tròn xoay, thể tích vật thể, độ dài cung và giải được các bài toán áp dụng tích phân trong vật lý.	Câu I, II
CLO2	Tính được tích phân bất định, tích phân xác định, tích phân suy rộng, và khảo sát được sự hội tụ của tích phân suy rộng.	Câu I, II Câu III-1
CLO3	Giải được nghiệm của phương trình vi phân tuyến tính cấp 1 và áp dụng vào các bài toán trong vật lý, kỹ thuật, đời sống.	Câu III-2
CLO4	Khảo sát được sự hội tụ của chuỗi số, tính tổng chuỗi số.	Câu IV-1,2
CLO5	Tìm được miền hội tụ của chuỗi lũy thừa, và tìm được khai triển Taylor/Maclaurin của một hàm số.	Câu IV-3
CLO6	Tính được tích vô hướng và tích có hướng của 2 vector trong $\mathbb{R}^3$, viết được phương trình mặt phẳng và phương trình đường thẳng trong không gian.	Câu V

Ngày 13 tháng 5 năm 2025

Trưởng bộ môn

TS. Phạm Văn Hiền